Forventet avkastning på aksjeindeksobligasjoner

Steen Koekebakker og Valeri Zakamouline
Institutt for økonomi
Høyskolen i Agder[1]

Sammendrag
Aksjeindeksobligasjoner er blitt en populær spareform i Norge, og mange velger også å lånefinansiere slike investeringer. En av grunnene til dette er utvilsomt at tapspotesialet er begrenset. Det har frem til nå vært svært lite fokus på gevinstpotensialet til disse produktene. I denne artikkelen forklarer vi hvordan vi kan beregne forventet avkastning på aksjeindeksobligasjoner. Vi eksemplifiserer med to produkter som ble lansert av DnB høsten 2000. Selv med optimistiske antagelser om forventet avkastning i aksjemarkedet, viser det seg at forventet avkastning på disse produktene så vidt overstiger risikofri rente. Ved lånefinansiering finner vi at kundene har negativ forventet avkastning.

1. Innledning

Strukturerte produkter er en heterogen gruppe av investeringsalternativ som kombinerer ulike finansielle instrumenter. Aksjeindeksobligasjoner (AIO) tilhører denne familien av investeringer, og den består av en obligasjon og en kjøpsopsjon. Bankinnskudd med aksjeavkastning (BMA) tilsvarer en AIO, men her er obligasjonen byttet ut med et bankinnskudd. Ved kjøp av en obligasjon, kan kjøper risikere at utsteder av obligasjonen ikke er betalingsdyktig ved forfall. Bankinnskudd derimot, er sikret med opptil 2 millioner i norske kroner i Bankenes sikringsfond. Ser vi bort fra kredittrisiko, er disse produktene identiske.

Klype (2006) gir en oversikt over markedet for strukturerte produkter i Norge. De første aksjeindekserte produktene ble introdusert i Norge tidlig på 1990-tallet, og fra midten av 1990-tallet har produktene aktivt blitt markedsført mot privatmarkedet. De fleste store banker og enkelte verdipapirforetak tilbyr i dag slike produkter. I følge Nordea bank ble det i 2005 solgt strukturerte produkter for ca. 23 milliarder kroner. I privatmarkedet har disse produktene blitt det foretrukne investeringsklassen fremfor tradisjonelle aksjefond. Produktene blir i mange tilfeller også lånefinansiert.

Det har frem til nå vært svært lite fokus på gevinstpotensialet til disse produktene. I denne artikkelen forklarer vi hvordan vi kan beregne forventet avkastning på aksjeindeksobligasjoner. Vi eksemplifiserer med to aksjeindeksobligasjoner som ble lansert av DnB høsten 2000; GLOBAL 2000/2006 og SEKTOR 2000/2006. For disse produktene finner vi at forventet avkastning er svært lav, og ved lånefinansiering av disse spesifikke produktene finner vi at kundene har negativ forventet avkastning. En bredere undersøkelse av markedet for strukturerte produkter vil kunne svare på om disse to produktene er representativt for denne typen investeringer. I del 2 gir vi en kort beskrivelse av aksjeindeksobligasjoner, og i del 3 diskuterer vi hvordan ulike faktorer påvirker forventet avkastning til disse obligasjonene. I del 4 gir vi en kort beskrivelse av DnBs to aksjeindeksobligasjoner. Videre forklarer vi hvordan vi har beregnet parametrene som ligger til grunn for analysen. I del 5 presenterer vi forventet avkastning til en investering i hvert av produktene (både gjelds- og egenkapitalfinansiert).

---

[1] Vi ønsker å takke Otto Andersen, Høyskolen i Agder, for nyttige kommentarer og innspill.

2. Aksjeindeksobligasjoner

En aksjeindeksert obligasjon består av en nullkupongobligasjon og en opsjon. Produktet gir investor et garantert minstebeløp ved forfall (pålydende). Vanligvis presenteres verdien (V) av produktene på forfallstidspunktet på følgende måte:

$$V = P + P \times AF \times C \tag{1}$$

hvor P er pålydende til obligasjonen, AF er avkastningsfaktoren (også kalt deltakergrad) målt i prosent og C er opsjonsutbetalingen. Utbetalingen fra opsjonen er typisk gitt som en avkastningsstørrelse

$$C = \max\left[\frac{S_T - S_0}{S_0}, 0\right] \tag{2}$$

hvor S er prisen på det underliggende aktivum opsjonen er skrevet på. Fotskriftene indikerer start (tidspunkt 0) og sluttdato (tidspunkt T) for opsjonen. Opsjonen i ligning (2) er en kjøpsopsjon, da den gir gevinst hvis avkastningen er positiv. Dersom verdiutviklingen er negativ, gir opsjonen null i avkastning.[2] Siden opsjonen kan forfalle verdiløs (C=0 på tidspunkt T), er investoren garantert P ved forfall. Ofte er produktene konstruert slik at investeringsbeløpet er lik beløpet som er garantert ved forfall. Tegningsomkostninger kommer vanligvis i tillegg. Ved *egenkapitalfinansiering* taper investor altså maksimalt alternativinntektene pluss tegningskostnadene. Ved *gjeldsfinansiering* taper investor maksimalt finansieringskostnadene pluss tegningskostnadene.

3. Forventet avkastning til en opsjon

I tillegg til tapspotensialet vil en investor også være interessert i hvor stor oppsiden for investeringen er. Kombinerer vi de ulike utfallene for investeringen med sannsynligheten for de ulike utfallene, finner vi forventet verdi av produktet ved forfallstidspunktet. I ligning (1) er både P og AF konstanter. For å finne forventet verdi må altså investoren regne ut forventet opsjonsverdi (ligning 2) på sluttidspunktet. Dette er ikke en helt liten jobb, og resten av denne artikkelen er dedikert denne oppgaven. Vi skal regne på noen konkrete eksempler i de neste seksjonene, men først skal vi kort diskutere ulike faktorer som påvirker forventet avkastning til opsjoner som vi typisk finner i aksjeindekserte produkter.

- *Underliggende indeks:* Jo større stigningspotensiale (forventet avkastning) i den underliggende indeksen, desto større forventet avkastning på opsjonen. Prisen på opsjonen, i henhold til Black-Scholes modellen, påvirkes ikke av forventet avkastning, men det gjør altså forventet avkastning til opsjonen.
- *Utbytte:* Som aksjonær i et selskap vil avkastning typisk komme i form av kursstigning og/eller dividende. Et selskap som betaler ut mye dividende, vil, alt annet likt, oppleve mindre avkastning i form av kursstigning enn et selskap som ikke betaler ut dividende. Opsjonselementet i aksjeindekserte produkter er knyttet til kursstigningen (verdien av en aksjeindeks på et fremtidig tidspunkt). Enkelte indekser er utbyttejustert (DAX-indeksen i Tyskland), dvs. at dividenden blir reinvestert i men

[2] Enkelte aksjeindeksobligasjoner gir en garantert minsteavkastning som er større enn null. I et slikt tilfelle kan opsjonselementet beskrives som $C = \max\left[\frac{S_T - S_0}{S_0}, x\%\right]$, hvor x er en slik minsteavkastning.

de fleste aksjeindekser er ikke utbyttejustert. Jo høyere dividendeutbetalinger i en ikke-dividendejustert indeks, desto lavere forventet avkastning for investor.

- *Volatilitet:* Volatilitet er et mål på kurssvingninger i indeksen. Siden en eier av en opsjon får gevinst ved gunstige utfall, men har begrenset nedside, vil høyere volatilitet gi økt sannsynlighet for gunstige utfall, og dermed høyere forventet avkastning. (Merk: Prisen på opsjonen vil øke som følge av økt volatilitet, men antar vi at prisen på opsjonen er gitt, vil økt volatilitet gi høyere forventet avkastning).
- *Korrelasjon:* Ofte er opsjonen skrevet på et veid snitt av flere underliggende indekser. Hvis disse indeksene er sterkt korrelerte (går i takt) er diversifiseringseffekten liten. Ved lavere grad av korrelasjon, vil volatiliteten til et veid snitt bli vesentlig lavere enn volatiliteten til indeksene enkeltvis. Det vil si diversifiseringseffekten reduserer sannsynligheten for svært gode og svært dårlige utfall (jfr. volatilitetseffekten over).[3]
- *Gjennomsnittsberegning:* En standard europeisk opsjon har typisk definert avkastning i forhold til prisen på underliggende aksjeindeks på et gitt fremtidig forfallstidspunkt. I de strukturerte produktene er avkastningen ofte knyttet til gjennomsnittet av underliggende indeks i slutten av produktets levetid. Dette kalles ofte en ”asiatisk hale”, siden gjennomsnittsbaserte opsjoner har fått benevnelsen asiatiske opsjoner. Jo lengre asiatisk hale, desto mer reduseres volatiliteten til den underliggende indeks, og desto mer reduseres forventet avkastning til opsjonen.
- *Valuta:* i de fleste aksjeindekserte produkter har investor ingen valutaeksponering. Det vil si at avkastningen definert i (2) er målt i den lokale valuta til den tilhørende indeksen. For eksempel måles avkastningen til en amerikansk indeks i dollar. Prisen på dollar målt i norske kroner påvirker ikke en eventuell opsjonsutbetaling. Denne typen opsjoner kalles Quanto-opsjoner.

4. Forutsetninger ved vurdering av ”Global” og ”Sektor”

Høsten 2000 lanserte DnB to aksjeindeksobligasjoner: DnB aksjeindeksobligasjon – sektor 2000/2006 uten løpende rente (”Sektor”) og DnB aksjeindeksobligasjon – global 2000/2006 uten løpende renter (”Global”). ”Global” er indeksert mot 3 globale indekser i Europa, USA og Japan, mens opsjonselementet til ”Sektor” er knyttet mot 3 bransjespesifikke europeiske indekser. Informasjon om de to produktene er oppsummert i tabell 1. For å vurdere forventet avkastning til hvert produkt trenger vi nå å finne parametre for forventet kursstigning, volatilitet og korrelasjon for de ulike delindekser. Vi starter med forventet kursstigning.

	”Global”	”Sektor”
Start og forfall	24.11.2000 - 24.11.2006	24.11.2000 - 24.11.2006
Pålydende	100%	100%
Deltakergrad	105%	100%
	50% Euro STOXX50	33,33% STOXX Healthcare
Underliggende	25% S&P500	33,33% STOXX Telecom
	25% Nikkei225	33,33% EURO STOXX Bank
Utbytte	Ikke utbyttejustert	Ikke utbyttejustert

[3] En aksjeinvestor og en opsjonsinvestor forholder seg til korrelasjon (diversifisering) og volatilitet på forskjellig måte. En risikoavers eier av en aksjeportefølje ønsker seg, for en gitt forventet avkastning, høy diversifiseringseffekt, og dermed lav volatilitet. Dette påvirker ikke forventet avkastning til porteføljen, bare spredingen rundt forventningsverdien. Høyere volatilitet gir kun høyere risiko. En risikoavers eier av en opsjon skrevet på indeksen ønsker seg en høyest mulig volatilitet. Avkastningen til en opsjon er ikke-lineær funksjon av underliggende aktivum (gevinst ved gunstig utfall, ingen gevinst ved ugunstige), vil økt volatilitet utvide utfallsrommet på oppsiden, mens nedsiden forblir den samme. Dermed øker forventet utbetaling til opsjonen med økt volatilitet.

Valuta	Ingen valutaeksponering	Ingen valutaeksponering

Tabell 1: Spesifikasjon av produktene "Global" og "Sektor".

Forventet kursstigning

Som nevnt kan totalavkastning i en portefølje av aksjer komme både i form av kursstigning og dividende. I analyser av aksjemarkedet er det vanlig å fokusere på totalavkastningen. Totalavkastningen deles ofte opp i en risikofri avkastning pluss en risikopremie. En investor kan velge å investere i risikofri statsobligasjoner. Dersom han skal påta seg risiko for tap, vil han ønske en risikopremie for å bære denne risikoen. Risikopremien defineres oftest som forskjellen mellom avkastningen i aksjemarkedet og pengemarkedet. Elroy Dimson, Paul Marsh og Mike Staunton fra London Business School har lenge hatt et samarbeid med ABN-AMRO i en felles bestrebelse på å samle inn og publisere historiske tall for avkastning i obligasjons- og aksjemarkeder verden rundt. I 2000 ga de ut boka *"The Millenium book – A century of investment returns"*. I 2002 ble en noe utvidet versjon av boka utgitt, nå under navnet *"Triumpf of the optimists: 101 years of global investment returns"*. Da produktene vi undersøker ble lansert mot slutten av 2000, benytter vi kun data som var tilgjengelig på dette tidspunkt. For alle lesere som er interessert i kapitalforvaltning, anbefaler vi boka fra 2002 på det sterkeste.

I perioden 1900-2000 har det geometriske gjennomsnittet for risikopremien i Japan og USA vært henholdsvis 6.7% og 5.8%.[4] Det finnes ikke tilsvarende tall for Europa samlet. Et veid gjennomsnitt for Belgia, Danmark, Frankrike, Tyskland, Irland, Italia, Nederland, Spania, Sverige og UK tilsier en europisk risikopremie for hundreårsperioden på 5.3%. Vi velger å bruke disse tallene også for fremtidige forventet risikopremie. Men vi vil understreke at disse tallene er noe høye som prognoser. Det finnes flere grunner til dette, men den viktigste er kanskje at risikopremien ikke er konstant, men har avtatt etter andre verdenskrig som følge av avtakende politisk risiko (fjerning av handelsbarrierer, ingen nye verdenskriger, avblåsning av den kalde krigen etc.). En lavere risikopremie vil bidra til en re-prising i de internasjonale aksjemarkedene, men en slik re-prising kan ikke forventes å gjenta seg. Dette betyr at en gjennomsnittlig risikopremie for hele forrige århundre vil gi et for høyt anslag på fremtidig risikopremie. Temaet drøftes grundig i kapittel 13 i Dimson, Marsh and Staunton (2002). Forfatterne anslår en fremtidig geometrisk risikopremie på mellom 2.5%-4% i USA og UK og 4%-5% på en verdensportefølje. Vi velger likevel i denne undersøkelsen å bruke de atskillig høyere historiske tallene som prognoser på fremtiden. Dette har vi gjort for sikrere å kunne konkludere i forhold til forventet avkastning til produktene. Dersom produktene gir lav forventet avkastning, selv med optimistiske anslag på forventet risikopremie i de underliggende indeksene, kan vi med stor grad av sikkerhet konkludere med hvorvidt produktene er dårlige investeringsalternativ.

Sammen med den risikofrie renten forteller risikopremien oss noe om stigningspotensialet til aksjemarkedene, men vi må justere for dividendeutbetalingene. Denne direkteavkastning kommer aksjonærene til gode, men ikke en person som investerer i en opsjon skrevet på en indeks. Dividendeutbetalinger varierer sterkt over tid, og mot slutten av forrige årtusen. Vi bruker månedlig observasjoner de siste fem år frem til november 2000 for de ulike delindekser. Den årlige prosentvise dividenden for henholdsvis Nikkei225[5], S&P500 og Euro

[4] Når vi bruker historiske tall for risikopremien for å anslå fremtidig premie over flere år er det geometriske gjennomsnittstall som må benyttes fremfor et standard aritmetisk gjennomsnitt. Se kapittel 4 i Kritzman (2000) for en grundig gjennomgang av forskjellen aritmetisk og geometrisk gjennomsnittlig avkastning.

[5] Da vi ikke utbyttetall for Nikkei225 tilgjengelig valgte vi å gjøre utbytteberegningene for den japanske TOPIX-indeksen.

STOXX50 er beregnet til henholdsvis 0.8%, 1.71% og 2.07%. Som risikofri rente har vi benyttet renten på en seksårig statsobligasjon for Japan, Europa og USA. Vi kan nå finne årlig forventet kursstigning for "Global" i første del av tabell 2.

	Risikofri rente (6 år)	Risikopremie	Dividende	Kursstigning
"Global"				
Euro STOXX50	5.35%	5.3%	2.07%	8.58%
S&P500	6.18%	5.8%	1.71%	10.27%
Nikkei225	1.20%	6.7%	0.8%	6.15%
"Sektor"				
STOXX Healthcare	5.35%	0.7990×5.3%	1.43%	8.15%
STOXX Telecom	5.35%	1.0801×5.3%	1.95%	9.12%
STOXX Bank	5.35%	1.0484×5.3%	2.84%	8.07%

Tabell 2: Forventet årlig kursstigning for "Global" og "Sektor". Forventet kursstigning i kolonne 5 fremkommer ved å trekke fra forventet dividende i kolonne 4 fra summen av risikofri rente i kolonne 2 og 3.

Siden produktet "Sektor" kun er knyttet opp mot europeiske bransjeindekser, velger vi å benytte kapitalverdimodellen for å finne forventet avkastning til dette produkt. Vi anvender 5.3% som risikopremie for dette markedet og den seksårige eurorenten i november 2000. Da kan forventet totalavkastning på hver delindeks finnes ved hjelp av sammenhengen

$$\text{Totalavkastning} = \text{risikofri rente} + \beta \times \text{risikopremie} \qquad (3)$$

Vi har benyttet en bred europeisk indeks for det europeiske markedet (Euro STOXX600) og estimert verdien for beta ved å bruke 60 månedlige observasjoner forut for november 2000 for delindeksene og markedsindeksen. De estimerte verdiene for ß er 0.7990, 1.0801 og 1.484 for henholdsvis STOXX Healthcare, STOXX Telecom og STOXX Bank. Dividendeutbetalingene for indeksene er beregnet som forklart over, og årlige dividendeutbetaliner er på henholdsvis 1.43%, 1.95% og 2.84%. Tallene for begge produktene er gjengitt i tabell 2.

Korrelasjon og volatilitet

I tillegg til forventet kursstigning trenger parametere for volatilitet og korrelasjon. Igjen har vi brukt siste 60 måneders avkastningstall for de ulike indeksene og delindeksene. Resultatene av beregningene er gjengitt i tabell 3.

	Volatilitet	Korrelasjoner		
"Global"		STOXX 50	S&P 500	Nikkei 225
STOXX 50	19.16%	1.000		
S&P 500	16.26%	0.6689	1.000	
Nikkei 225	20.36%	0.4017	0.5092	1.000
"Sektor"		STOXX Healthcare	STOXX Telecom	STOXX Bank
STOXX Healthcare	19.97%	1.000		
STOXX Telecom	22.36%	0.5048	1.000	
STOXX Bank	20.36%	0.6342	0.6204	1.000

Tabell 3: Volatilitet og korrelasjonsparametere for "Global" og "Sektor"

5. Forventet avkastning til "Global" og "Sektor"
Tabell 2 og 3 inneholder de nødvendige parametrene for å regne ut forventet avkastning. Verktøyet vi benytter er Monte Carlo simulering. For hvert av produktene simulerer vi månedlige realiseringer av 3 korrelerte aksjeindekser for de gitte parameterverdiene. Vi antar at geometriske avkastninger er normalfordelte. Fra ligning (2) kan vi så regne ut hvor stor opsjonsgevinst vi får for en enkelt simulering. Dette gjentas 100000 ganger, og forventet verdi av produktet finnes ved å ta gjennomsnittsverdien over alle simuleringene. Her er det viktig å få med den "asiatiske halen". Faktisk har disse produktene "asiatiske haler" både i begynnelsen og slutten av produktets levetid. For "Global" regnes startverdien (S_0) som det aritmetiske gjennomsnittet av verdiene den 24. november 2000 og 22. desember 2000 for hver enkelt delindeks (2 måneder). Mens for "Sektor" regnes startverdien som det aritmetiske gjennomsnitt av verdiene den 24. november 2000, 22. desember 2000 og 24. januar 2001 for hver enkelt delindeks (3 måneder). Sluttverdien (S_T) for "Global" er oppgitt som det månedlige aritmetiske gjennomsnitt i perioden fra og med november 2005 til og med november 2006 for hver enkelt delindeks (13 måneder). Sluttverdien for "Sektor" er oppgitt som det månedlige aritmetiske gjennomsnitt i perioden fra og med mai 2005 til og med november 2006 (19 måneder). Vi kan regne ut sluttverdien for hele produktet fra ligning (1). Dette gjentas 100000 ganger. Gjennomsnittsverdien for alle simuleringene representerer forventet sluttverdi for aksjeindeksobligasjonen.

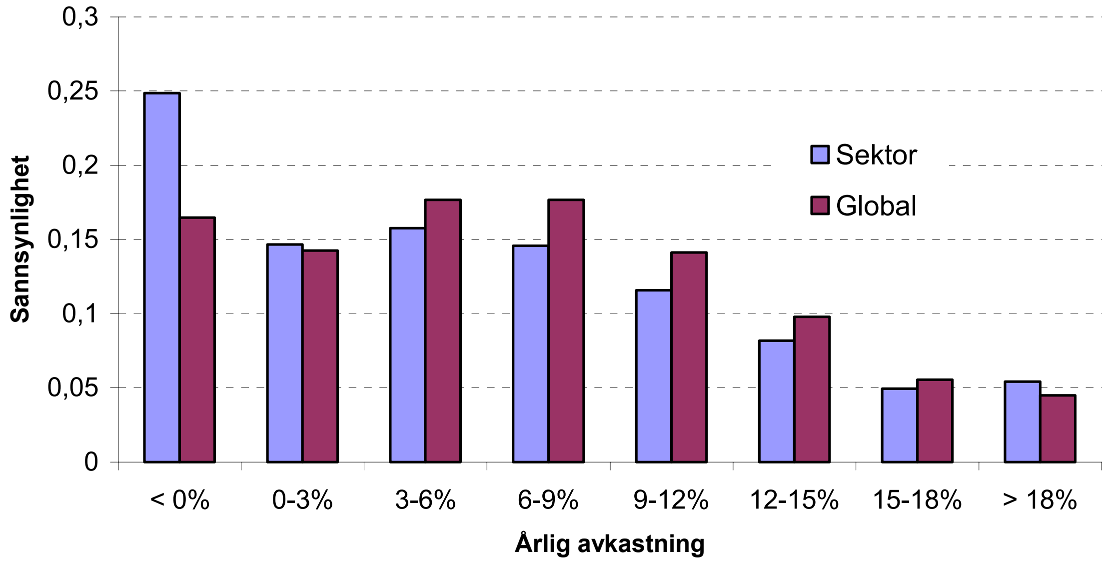
Forventet avkastning ved egenkapitalfinansiering
For aksjeindeksobligasjoner er det nedre tapet er begrenset til tegningsomkostninger og tapte alternativinntekter. La oss eksempelvis tenke oss en investor som velger å tegne seg i ett av disse produktene med 1000000. I tillegg må han betale 45000 i tegningsomkostninger, slik at den totale investeringen er 1045000,- Dersom opsjonen forfaller verdiløs vil han motta 1000000 seks år senere. Dette tilsvarer en negativ avkastning på -4.3% over seksårsperioden eller -0.73% årlig. La oss vurdere en alternativ investering i statsobligasjoner. Høsten 2000 var seksårs statsobligasjonsrente 6.3%. Ved å investere i statsobligasjoner til 6.3% rente vil 736684 ha steget til 1000000 eller 44.28% i løpet av seks år. En slik investering sikrer kunden samme formue om seks år som minimumsavkastningen i hvert av disse produktene. Forskjellen 1045000 – 724297 = 320703 er beløpet kunden kjøper opsjoner for, eller 30.7% av det totale investeringsbeløpet. Dette er det maksimale beløpet kunden kan tape uttrykt i 2000-kroner. Vi ser fra dette eksempelet at en aksjeindeksert obligasjon er en risikabel investering, hvor vi risikere å tape tilsvarende 30.7% av den investerte kapitalen i løpet av an 6 års periode. Men hvor stor er sannsynligheten for tap eller gevinst på disse produktene? I tabell 4 presenterer vi noen tall fra våre simuleringer.

	Tegningsomkostninger				
	0.50%	1.50%	2.50%	3.50%	4.50%
"Global"					
Forventet avk.	62.39%	60.81%	59.34%	57,59%	56.10%
Sanns. neg. avk	14.16%	14.54%	15.24%	15.98%	16.54%
Sanns. max tap	13.80%	13.80%	13.80%	13.80%	13.80%
Sanns. < 6.3% p.a.	46.35%	47.38%	48.10%	49.24%	50.22%
"Sektor"					
Forventet avk.	57.80%	55.70%	54.50%	53.10%	51.40%
Sanns. neg. Avk	22.10%	22.90%	23.40%	24.00%	24.90%
Sanns. max tap	21.70%	21.70%	21.70%	21.70%	21.70%
Sanns. < 6.3% p.a.	53.50%	54.50%	55.50%	56.00%	57.10%

Tabell 4: Forventet avkastning og tapssannsynligheter for egenkapitalfinansierte produkter

Hver av kolonnene i tabell 4 representerer et gitt nivå for tegningskostnader. For begge produktene påfølger følgende tegningskostnader; inntil 1 million (4.5%), 1-2 million (3.5%), 2-3 million (2.5%), 3-5 million (1.5%) og over 5 million (0.5%). Forventet avkastning i løpet av seksårs perioden ligger mellom 51% og 63% avhengig av type produkt og nivå på tegningsomkostningene, ”Global” ligger noe høyere enn ”Sektor”. Risikofri investering (6.3% p.a.) gir til sammenligning 44.28 %. Dette innebærer at aksjeindeksobligasjonene har risikopremier utover risikofri rente i størrelsesorden 0.9% - 2.1%.

De siste 3 radene belyser risikoen til produktene. Maksimalt tap oppstår når opsjonene forfaller verdiløs. Dette skjer i 13.80% av tilfellene for ”Global” og 21.70% for ”Sektor”. Sannsynligheten for at en statsobligasjon gir høyere avkastning enn en aksjeindeksobligasjon ligger i intervallet 46.35% - 57.10%. Det kan innvendes mot våre numeriske beregninger at det er vanskelig for en investor å oppnå 6.3% risikofri avkastning etter tegningskostnader. Men selv med en nedjustering av det risikofrie alternativet er det liten tvil om at investor i svært liten grad blir kompensert for den risikoen han påtar seg ved kjøp disse produktene.



Figur 1: Sannsynlighetsfordeling for avkastninger til ”Global” og ”Sektor” med 100% egenkapitalfinansiering (4.5% tegningsomkostninger)

Hva med oppsiden for produktene? I figur 1 har vi produsert sannsynlighetsfordelingene for avkastningene for egenkapitalfinansierte produkter med høyeste tegningsomkostninger. Merk at figuren rapporterer årlig avkastning. Vi ser at ”Global” har mindre sannsynlighet for negativ avkastning og jevnt over høyere forventet avkastning enn ”Sektor”. Hovedforskjellen i forventet avkastning mellom de to produktene ligger i gjennomsnittsberegningen. Jo lengre perioden for gjennomsnittsberegningen er, desto mindre er forventet avkastning. Sannsynligheten for å oppnå en avkastning utover 9% årlig (havne innfor en av de 4 siste søylene) er ca 30% for produktene.

Forventet avkastning ved gjeldsfinansiering

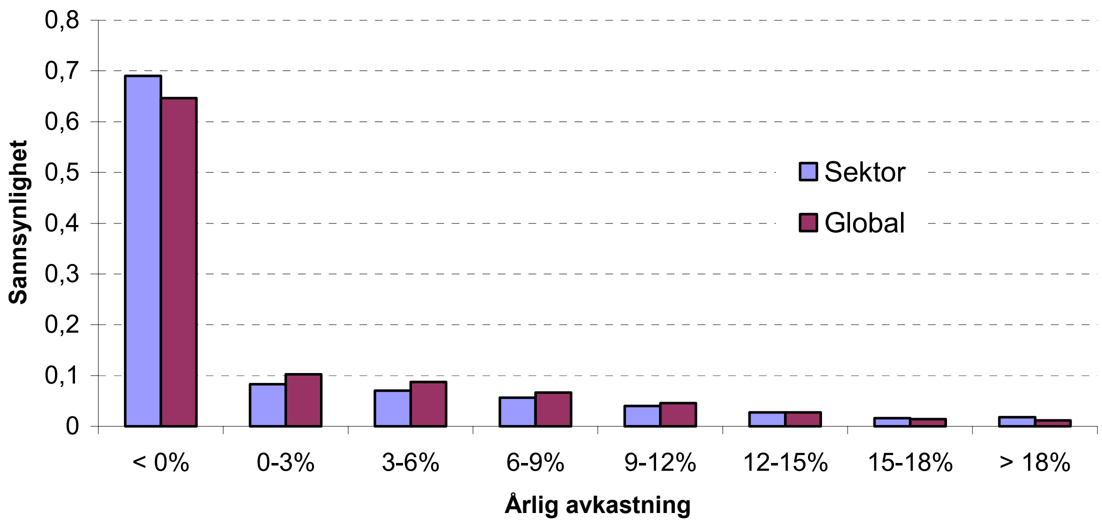
Resultatene i tabell 4 er basert på 100% egenkapitalfinansiering. En rekke aksjeindeksobligasjoner er finansiert ved lån. La oss anta at en person lånefinansier 100% en investering i ett av disse produktene med en årlig effektiv fastrente på 8.75%.[6] La oss for enkelthets skyld anta at lånet i sin helhet blir tilbakebetalt på forfallstidspunktet. I så fall må vi betale tilbake $(1+8.75\%)^6 = 165.41\%$. Tabell 5 viser forventet avkastning på lånebeløpet etter betjening av gjeldsforpliktelser.

[6] Dette representerer den effektive renten på en reell lånekontrakt inngått mellom DnB og en sparekunde i forbindelse med investering i disse produktene høsten 2000.

	Tegningsomkostninger				
	0.50%	1.50%	2.50%	3.50%	4.50%
"Global"					
Forventet avk.	-3.14%	-4.69%	-6.21%	-7.36%	-9.24%
Sanns. for negativ avk.	60.89%	61.77%	62.61%	63.52%	66.10%
Sanns. Max tap	13.80%	13.80%	13.80%	13.80%	13.80%
"Shortfall" avkastning	-40.43%	-41.01%	-41.53%	-42.03%	-42.60%
"Sektor"					
Forventet avk.	-8.30%	-9.80%	-10.90%	-12.40%	-14.00%
Sanns. for negativ avk.	65.90%	66.50%	67.20%	68.00%	68.90%
Sanns. Max tap	21.70%	21.70%	21.70%	21.70%	21.70%
"Shortfall" avkastning	-45.07%	-45.76%	-46.31%	-46.86%	-47.37%

Tabell 5: Forventet avkastning for gjeldsfinansierte produkter med 8.75% p.a. i effektiv rente.

Investoren kan for alle nivå av tegningskostnader forvente å tape penger. Ved gjeldsfinansiering har disse produktene en negativ risikopremie! Sannsynlighetene for maksimalt tap er uforandret. I så fall taper investor 65.4% (regnet i prosent av lånebeløpet). Låner en investor penger til en investering i "Sektor" ("Global") pålydende en million er det 21.70% (14.6%) sannsynlig at han taper 654000,- over seksårsperioden. Sannsynlighet for negativ avkastning ligger i intervallet 60.89% - 68.90%. Det er altså 2/3 sannsynlighet for at gevinsten på produktene ikke er tilstrekkelig til å betjene lånet. "Shortfall" avkastning representerer forventet tap gitt at produktets avkastning ikke er i stand til å betjene lånet. Det er med andre ord 2/3 sannsynlighet for et tap på 40%-47% av lånt beløp.



Figur 2: Sannsynlighetsfordeling for avkastninger til "Global" og "Sektor" med 100% gjeldsfinansiering (4.5% tegningsomkostninger)

For å vurdere oppsiden ved gjeldsfinansiering av produktene har vi i figur 2 plottet sannsynlighetsfordelingene for avkastningene. Igjen rapporterer vi kun sannsynlighetsfordelingen til kategorien med høyest tegningsomkostninger. En årlig avkastning (i prosent av lånt beløp) på mer enn 6% (9%) inntreffer i ca 15% (10%) av tilfellene.

5. Oppsummering og konklusjon

Temaet for denne artikkelen er forventet avkastning til aksjeindeksobligasjoner. Underliggende indeks, utbytte, volatilitet, korrelasjon og lengden på gjennomsnittsperioden påvirker alle den forventede avkastning disse produktene gir. Vi har undersøkt forventet avkastning til 2 produkter lansert av DnB høsten 2000. Vi har valgt å bruke anslag på forventet risikopremie som er relativt høye. En høy risikopremie burde slå ut i høy forventet avkastning på produktene. Selv med svært optimistiske anslag på ekstraavkastningen i aksjemarkedet er resultatene i form av forventet avkastning til investor nedslående. Dersom investeringen finansieres med egenkapital, gir produktene marginalt bedre forventet avkastning enn en risikofri plassering. Samtidig er risikoen i disse produktene betydelig. Når investeringen lånefinansieres, spiser bankens rentemargin opp den lille risikopremien disse produktene tilbyr, slik at forventede avkastning blir negativ. Med lavere (og mer realistiske) anslag på forventet risikopremie, ville avkastningen vært enda dårligere, og positiv forventet avkastning ville vært vanskelig å oppnå selv på egenkapitalfinansiert investering.

Er alle aksjeindeksobligasjoner like dårlige investeringsobjekt? Det er uumulig å generalisere på bakgrunn av en undersøkelse av bare to produkter. Men det er dessverre ingen grunn til å tro at DnB's produkter er spesielt mye dårligere enn konkurrentenes. Hvorfor velger småsparere å lånefinansiere svært risikable aktiva hvor de må forvente å tape penger på transaksjonen? Det er grunn til å tro at disse produktene er for innviklet til at den gjengse småsparer klarer å gjennomskue de dårlige oddsene produktene gir. I så måte må han ha tillit til rederlig rådgivning fra finansinstitusjonene. Denne undersøkelsen tyder på at i alle fall ikke alle finansinstitusjoner fortjener en slik tillit.

Referanser

Bodie, Z., Kane J. og A. J. Marcus, 2005, *Investments*, McGraw-Hill, New York.

Dimson, E., Marsh, P. and Mike Staunton, 2000, *The millennium book: A century of investment returns*, ABN Amro and London Business School.

Dimson, E., Marsh, P. and Mike Staunton, 2002, *Triumpf of the optimists: 101 years of global investment returns*. Princeton University Press. Princeton NJ.

Klype, J., 2006, Strukturerte produkter, kapittel 4 i Reppen (red.), *Alternative investeringer*, Gyldendal Norsk Forlag.

Kritzman, M. P., 2000, *Puzzles of finance – Six practical problems and their remarkable solutions*, John Wiley & Sons, New York.

Teknisk appendiks

Modellen

Vi antar at hver enkel delindeks *i=1,2,3* følger en (kontinuerlig) geometrisk Brownsk bevegelse med dynamikk gitt ved

$$dS_i(t) = (\mu_i - \delta_i)S_i(t)dt + \sigma_i S_i(t)dW_i(t), \tag{4}$$

hvor $S_i(t)$ er delindeksverdi på tidspunkt *t*, μ_i er forventet kursstigningen under forutsetningen at alle dividender re-investeres, δ_i er dividenderaten, σ_i er volatiliteten, og $W_i(t)$ er en Brownsk bevegelse. Videre forutsetter vi at

$$dW_i(t)dW_j(t) = \rho_{ij}dt,$$

hvor ρ_{ij} er korrelasjonskoeffisienten mellom delindekser *i* og *j*. Merk at risikopremien til delindeks *i* er gitt ved $\mu_i - r$, hvor *r* er risikofrie renten. Ligningen (4) innebærer at hvis vi kjenner verdien av delindeks *i* på tidspunkt *t*, $S_i(t)$, og i tillegg kjenner alle parametrene, så er verdien av delindeksen på et senere tidspunkt *T* er gitt ved

$$S_i(T) = S_i(t)\exp\left((\mu_i - \delta_i - \frac{1}{2}\sigma_i^2)(T-t) + \sigma_i(W_i(T) - W_i(t))\right). \tag{5}$$

En viktig egenskap til en Brownsk bevegelse, som vi benytter oss av i simuleringene, er at $W_i(T) - W_i(t)$ er normalfordelt med forventning 0 og varians *T-t*.

Estimeringen av volatiliteter og korrelasjonskoeffisienter

La oss innføre notasjonen $S_i(t_k)$ for en observasjon av en av delindeksene. Her er $t_k = t_0 + k\Delta t$, $k = 0,1,2,...,n$, t_0 er tidspunktet for den første observasjonen og t_n er tidspunktet for den siste observasjonen. Vi benytter månedlige observasjoner for estimering av volatiliteter og korrelasjonskoeffisienter, og følgelig har vi at $\Delta t = 1$ måned. Ut fra ligningen (5) vet vi at

$$u_i(t_k) = \ln\left(\frac{S_i(t_k + \Delta t)}{S_i(t_k)}\right) = (\mu_i - \delta_i - \sigma_i^2/2)\Delta t + \sigma_i\sqrt{\Delta t}\varepsilon_i(t_k),$$

hvor $\varepsilon_i(t_k)$ er en standard normalfordelt variabel. Dermed kan volatiliteten over *n+1* observasjoner beregnes i samsvar med

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n\Delta t}\sum_{k=0}^{n}(u_i(t_k)-\bar{u}_i)^2}\ , \qquad \text{hvor} \qquad \bar{u}_i = \frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n}u_i(t_k)\,.$$

Korrelasjonskoeffisienten mellom delindeks *i* og delindeks *j* finner vi ved å benytte

$$\rho_{ij} = \frac{\frac{1}{n+1}\sum_{k=0}^{n}(u_i(t_k)-\bar{u}_i)(u_j(t_k)-\bar{u}_j)}{\frac{1}{n}\sqrt{\sum_{k=0}^{n}(u_i(t_k)-\bar{u}_i)^2\sum_{k=0}^{n}(u_j(t_k)-\bar{u}_j)^2}}\,.$$

Simuleringen av opsjonsavkastningen
I våre produkter er opsjonen basert på tre underliggende delindekser *i=1,2,3*. For å simulere opsjonsavkastningen må vi simulere månedlige delindeksverdier. Ut fra ligningen (5) vet vi at gitt delindeksverdien på tidspunkt t_k, kan vi simulere verdien til delindeksen på et fremtidig tidspunkt $t_k + \Delta t$ ved å benytte

$$S_i(t_k+\Delta t) = S_i(t_k)\exp\left((\mu_i - \delta_i - \frac{1}{2}\sigma_i^2)\Delta t + \sigma_i\sqrt{\Delta t}\varepsilon_i(t_k)\right).$$

Husk at korrelasjonskoeffisienten mellom $\varepsilon_i(t_k)$ og $\varepsilon_j(t_k)$ er gitt ved ρ_{ij}. Det vil si, vi må simulere tre standard normalfordelte variable med gitte korrelasjonskoeffisienter. Dette er ikke en helt enkel oppgave. Vår simuleringsalgoritme er basert på en teknikk som kalles ”Cholesky dekomponering”. Gitt korrelasjonsmatrisen

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{bmatrix},$$

trenger vi å regne ut øvre triangulærmatrise

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

slik at $C^T C = \Sigma$. På hvert tidspunkt t_k simulerer vi tre *uavhengige* standardnormalfordelte variabler $\xi_i(t_k)$. Verdiene til $\varepsilon_i(t_k)$ finner vi ut fra

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1(t_k) \\ \varepsilon_2(t_k) \\ \varepsilon_3(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{32} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t_k) \\ \xi_2(t_k) \\ \xi_3(t_k) \end{bmatrix}.$$

Det vil si,

$$\varepsilon_i(t_k) = \sum_{j=1}^{3} c_{ij}\xi_j(t_k).$$

Etter å ha simulert månedlige delindeksverdier $S_i(t_k)$, $k=1,2,...,n$, vi kan beregne opsjonsavkastningen gitt ved

$$C = \max\left[\sum_{i=1}^{3} \omega_i \frac{S_i^{forfall} - S_i^{start}}{S_i^{start}};0\right],$$

hvor ω_i representerer vektene til hver enkelt delindeks, S_i^{start} er aritmetiske gjennomsnittet i begynnelsen av produktets levetid

$$S_i^{start} = \frac{1}{m+1}\sum_{k=0}^{m} S_i(t_k),$$

og $S_i^{forfall}$ er aritmetiske gjennomsnittet på slutten av produktets levetid

$$S_i^{forfall} = \frac{1}{n-l+1}\sum_{k=l}^{n} S_i(t_k), \quad \text{slik at } 0 < m < l < n.$$